

# Динамическая модель ссудо-сберегательных планов ипотечного кредитования.

Дмитрий Ильинский

1 ноября 2016, ЦЭМИ РАН

# Ипотечное жилищное кредитование

- В настоящее время жилищный вопрос очень актуален.
- Какую форму ипотечного кредитования оптимально выбрать?
- Препятствие 1: средняя заработная плата не позволяет рассчитывать на покупку жилья.
- Препятствие 2: у большинства жителей нет кредитных историй и поэтому нет доступа к банковским кредитам.

# Что такое ссудо-сберегательные программы (ССП)

- Для решения данной проблемы имеется следующий ипотечный институт.
- Два вида реализации ССП: строительно-сберегательные кассы и жилищно-накопительные счета.
- Выдача кредита в рамках этих программ обусловлена регулярным накоплением вкладчиком первоначального взноса ( $\sim 50\%$  от объема контракта) в течение достаточно длительного времени (обычно 4-6 лет) под низкий процент (2-3 %).
- Регулярное накопление стимулируется субсидиями из государственного (федерального или регионального) бюджета — премиями на стройсбережения (типичная субсидия — 20-30%).
- Кредит выдается под низкий процент (5-6%).

# Преимущества ССП

- Для потребителя:
  - Доступны для граждан с невысокими доходами.
  - Не требуют кредитных историй.
  - Низкие ставки по кредиту.
- Для банка:
  - Низкие ставки по депозиту.
  - Ненадежные заемщики выявляются уже на стадии накопления и не получают кредита.
- Для государства:
  - Стройсберкасса требует меньше расходов по сравнению остальными ипотечными программами (стимулирование идет только на стадии накопления)

# Вопросы к ССП

- Как выбрать параметры ссудо-сберегательных счетов, чтобы обеспечить:
  - Устойчивость (в частности, при резком уменьшении притока вкладчиков)
  - Эффективность (в смысле Парето-оптимальности)
  - Возможность перехода к рыночным формам ипотеки

# Степень разработанности проблемы

- Небольшое число работ посвящено исследованию моделированию ССП. Как правило исследуются только стационарные режимы.  
Besley, T., S. Coate and G. Loury (1994) Rotating Savings and Credit Associations, Credit Markets and Efficiency.  
Laux H. (2005). Die Buaspargfinanzierung. Die finanziellen Aspekte des Bausparvertrages als Spar- und Kreditinstrument.  
Tobias Schlueter, Soenke Sievers and Thomas Hartmann-Wendels (2015) Bank funding stability, pricing strategies and the guidance of depositors
- В тех работах, где моделируется динамика, она ограничивается 1-3 периодами жизни участника.  
Scholten U. (2000). Rotating Savings and Credit Associations in Developed Countries: The German—Austrian Bausparkassen  
Plaut, Pnina O. and Plaut, Steven E. (2004) The economics of housing saving plans.

# План диссертации

- Глава 1. Ссудо-сберегательные институты.  
*Схема ССП, история вопроса, постановка задачи, опыт использования*
- Глава 2. Динамическая модель ССП.  
*Описание основной модели, исследование устойчивости, экспериментальная проверка на данных, близких к реальным*
- Глава 3. Линейки тарифных планов ссудо-сберегательных программ.  
*Исследование перехода к рыночной ипотеке*
- Глава 4. Свойства линеек ссудо-сберегательных планов.  
*Эффективность*

# Схема взаимодействия агентов

- В модели есть три участника: потребитель, государство и банк.
- Потребитель выбирает *тарифный план*<sup>1</sup> и проходит следующие стадии:
  - накопление (регулярные взносы в течение 4-6 лет)
  - получение кредита на оставшуюся сумму средств + покупка квартиры
  - выплата по кредиту (в течении 6-9 лет)
- Государство выплачивает субсидии (до 30% от размера взноса, но не выше определенного предела) каждому потребителю на стадии накопления.
- Банк выплачивает проценты по вкладам, принимает депозиты, собирает платежи по кредитам, выдает первоначальные взносы и кредиты всем, кто закончил стадию накопления.

---

<sup>1</sup>набор числовых характеристик ССП



# Особые виды потребителей

- *Друзья вкладчиков.* Проходят стадию накопления, но не переходят на стадию кредитования. Получают субсидии и взносы с процентами. Носят вспомогательную функцию.
- *Нарушители контракта.* Это агенты, которые нарушают условия тарифного плана (не приносят взнос). В этом случае государство и банк разрывают контракт на стадии накопления до ее завершения, возвращая средства с процентами но без субсидий.

# Постсоветское пространство

- Словакия ввела стройсберкассы в 1992 г., Чехия — в 1993 г. Через 10 лет работы уже 44.6% чехов и 50% словаков оказались вовлечены в систему стройсбережений.
- Казахстан. Программа начала работать в 2003 г. До 2010 г. развивалась относительно медленно (214 тыс. договоров). Затем — рост: (523 тыс. договоров) к 2014 году. На октябрь 2016 г. — 1 милл. договоров.
- Польша не использовала ССП. Результат: медленный рост из-за проблем трансплантации институтов.

# Краснодар: развитие ССП

- Идею построения экспериментальной системы ССП на уровне региона впервые воплотила в жизнь администрация Краснодарского края и Сбербанк РФ в октябре 2011 г.
- При разработке этой системы была использована модель, близкая к изучаемой ниже.
- К маю 2014-го года в программе принимало участие более 4000 вкладчиков.
- Было предложено несколько тарифных планов от 1 до 6 лет (планы от 1 до 3 лет можно было использовать только первый год работы программы).

## Краснодар: тарифные планы ССП

Срок вклада	1 год	2 года	3 года	4 года	5 лет	6 лет
Максимальный взнос в месяц, поощряемый субсидией, тыс. руб.	10	10	10	10	10	10
Ставка субсидии на сбережения, %	30	30	30	30	30	30
Максимальная сумма субсидии за период накопления, тыс. руб.	36	72	108	144	180	216
Ставка по вкладу, %	1	1	1,5	1,5	2	2
Ставка по кредиту, %	8	8	7	7	6	6
Эффективная годовая ставка процента по вкладу с учетом субсидий, %	48,44	25,23	17,57	13,51	11,41	9,77
Срок кредита, лет	1,5	3	4,5	6	7,5	9
Максимальная сумма кредита, млн. руб.	0,5	0,5	1	1	1,5	1,5

# Российские ССП

- Краснодар: программа работала с 2011 до 2016 года. На момент прекращения работы программы число участников около 3500.
- Ростов: программа работает с 2013-го года. Только для льготных категорий.
- Башкортостан: с 2015-го года, 8200 участников, с 01.2016 только для очередников. Два банка: Сбербанк и Уралсиб.
- Калужская область: принят закон, но программа не запущена.
- Планируется ввести в Свердловской и Вологодской областях.

# Отличия российских ССП от Казахстана

- Поддержка администрации: региональный/федеральный уровень.
- Ограничение на участие в программу (к примеру, только для льготных категорий).
- Недоверие банка: дополнительная проверка вкладчиков перед получением кредита.
- Проблема дешевого жилья.

# Описание модели

- Модель задается системой нелинейных рекуррентных соотношений, описывающих динамику ССП.
- Время в модели дискретно (единица измерения — месяц/квартал).
- Фиксированные параметры:  $c$  — ставка по кредиту,  $p$  — ставка по депозиту,  $u$  — ставка по внешним инвестициям,  $z$  — ставка по внешнему займу.
- Представлено два варианта модели: жилищно-накопительные счета в банке и стройсберкассы. Для упрощения будем описывать только спецсчета в банке.


## Потребитель: стадия накопления

- Потребитель  $a$  задается временем появления в системе  $T(a)$ , размерами взносов  $P(t, a)$  в момент времени  $t$  и длительностью периода накопления  $\tau(a)$ .
- Обозначим через  $T_{\text{кон}}(a)$  период последнего взноса агента  $a$ , тогда<sup>2</sup>  $T_{\text{кон}} = T_{\text{нач}} + \tau - 1$ .
- На момент времени  $t \leq T_{\text{кон}}$  накопленная сумма  $M(t, a)$  в конце периода  $t$  вычисляется по формуле:

$$M(t) = (1 + s) \sum_{i=T_{\text{нач}}}^t P(i)(1 + p)^{t-i+1}.$$

Полный объем накоплений:

$$M(T_{\text{кон}}) = (1 + s) \sum_{i=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(i)(1 + p)^{T_{\text{кон}}-i+1}.$$

<sup>2</sup>параметр  $a$  будем опускать там, где это не существенно 



## Потребитель: выдача контракта и параметры кредитования

- Объем контрактной суммы  $K(a)$  агента  $a$  в момент времени  $t$  равен сумме объемов накопленных средств  $M(T_{\text{кон}}, a)$  и кредита  $C(a)$  (считаем  $M(T_{\text{кон}}, a) = \Lambda C(a)$ ).
- *Срок кредита*  $\tau_{\text{кр}}(a)$  определяется временем накопления агента  $a$ , умноженного на коэффициент  $\gamma$ :

$$\tau_{\text{кр}} = \gamma\tau = \gamma(T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}} + 1).$$

- *Процент за кредит* обозначим через  $c$ . Выплаты по кредиту рассчитываются по аннуитету. *Ежемесячные выплаты*  $B(a)$  по кредиту объемом  $C$  агента  $a$ :

$$B = \frac{C \cdot c}{1 - (1 + c)^{-\tau_{\text{кр}}}} = \frac{(1 + c)^{\tau_{\text{кр}}} c}{(1 + c)^{\tau_{\text{кр}}} - 1} \cdot C.$$

## Банк: последовательность действий

- Начало периода: собираем взносы от вкладчиков  $\sum_a P(t, a)$  с субсидиями, которые инвестируем их под заданный процент  $u$ . Остаток средств  $\Delta_{\text{кон}}(t-1)$  за предыдущий период также инвестируем, если он положительный, иначе используем внешний займ со ставкой  $z$ .
- Конец периода: полученные средства вместе с выплатами по кредиту формируют *кредитную массу*.

$$\Delta(t) = (1 + (1 + u)s) \sum_{a:t \leq T_{\text{кон}}(a)} P(t, a) + \sum_{a:t > T_{\text{кон}}(a)} B(t, a) + \\ + \Delta_{\text{кон}+}(t-1) \cdot (1 + u) + \Delta_{\text{кон}-}(t-1)(1 + z).$$

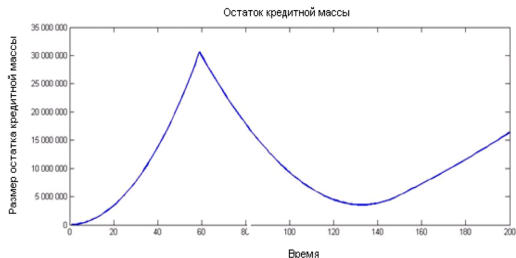
- Выдаем средства потребителям: сначала друзьям вкладчиков ( $M(T_{\text{кон}}, a)$ ), нарушителям ( $M(t, a) - s \sum_{i=T_{\text{нач}}(a)}^t P(i, a)$ ). После этого выдаем контрактные суммы ( $K(t, a)$ ) тем, кто закончил стадию накопления.
- Остаток кредитной массы  $\Delta_{\text{кон}}(t)$  переходит на следующий период.  

$$\Delta_{\text{кон}}(t) = \Delta(t) - \sum_{a-\text{ спец.}} M(t, a) - \sum_{a:t=T_{\text{кон}}(a)} K(t, a).$$

## Динамика ССП: кассовый разрыв.

- Будем рассматривать следующую простую ситуацию:
  - приток вкладчиков по времени постоянен
  - взносы всех агентов постоянны и одинаковы
  - доля друзей вкладчиков  $d$  фиксирована
  - нарушителей нет
- Режим работы ССП:
  - В начале работы ( $t < \tau$ ) заемщиков еще нет: все потребители находятся на стадии накопления.
  - Банк использует полученные средства для получения внешних инвестиций
  - Начинается выдача контрактов ( $\tau \leq t$ ).
  - Пока выплаты по кредитам не достигли нужного объема, может произойти *кассовый разрыв*, то есть нехватка кредитной массы на обеспечение контрактами всех агентов, получивших право на кредит ( $\Delta_{\text{кон}}(t) < 0$ ).
  - Начиная с момента выхода первого участника из системы ( $\tau + T_{\text{кр}} \leq t$ ) выплаты по кредитам и взносы в точности покрывают объем выдаваемых контрактов.

# Пример работы ССП для базового тарифного плана.



В каждый момент времени в систему поступает 100 потребителей со следующими параметрами: взнос вкладчиков 10 тыс. рублей ( $P = 10000$ ), срок накопления 5 лет ( $\tau = 60$ ), процентная ставка по вкладу 2% ( $p = 0,02/12$ ), срок кредита в полтора раза больше срока накопления ( $\gamma = 1,5$ ), процентная ставка по кредиту 6% ( $c = 0,06/12$ ) размер кредита равен 100% от суммы накоплений на вкладе ( $\Lambda = 1$ ) социальная выплата равнялась 30% от суммы денежных средств, внесенных участником на вклад за календарный месяц ( $s = 0,3$ ), доля друзей вкладчиков составляет 20% ( $d = 0,5$ ), процент на внешнем рынке по займу равен 8% годовых  $z = 0,08/12$ , по инвестициям 6% годовых  $u = 0,06/12$ .

## Ссудо-сберегательная траектория

- Будем называть набор числовых характеристик ССП *тарифным планом*.
- Перечень агентов со всеми их характеристиками определяет состояние тарифного плана (режим) ССП. Упорядоченная по времени последовательность состояний ССП называется *ссудо-сберегательной траекторией* (кратко — просто траекторией, или ССТ).
- ССТ, у которых, начиная с некоторого момента времени не возникает кассовых разрывов будем называть *финансово устойчивыми*.
- Будем говорить, что ССТ финансово устойчива в сильном смысле, если она не допускает *кассовых разрывов* вовсе.

## Упрощение формул

- При данных ограничениях формулы упрощаются, и все основные величины выражаются через параметры модели. Для удобства введем новые переменные:

$Q(t-1) = \min\{\Delta_{\text{кон}}(t-1)u, \Delta_{\text{кон}}(t-1)z\}$  — это сумма получаемых или выплачиваемых процентов на остаток кредитной массы,  $F(t)$  — приток денежных средств по вкладам (с учетом премий на сбережения) и по предоставленным внешним и внутренним кредитам. Удобная формула для  $\Delta_{\text{кон}}(t)$ :

$$\Delta_{\text{кон}}(t) = \Delta_{\text{кон}}(t-1) + Q(t-1) + F(t).$$

# Финансовая устойчивость

## Theorem

*Для финансовой устойчивости ссудо-сберегательной траектории необходимо выполнение неравенства*

$$Q(\tau + \tau_{кр} - 1) + F(\tau + \tau_{кр}) \geq 0, \quad (1)$$

*и достаточно, чтобы*

$$Q(\tau + \tau_{кр} - 1) + F(\tau + \tau_{кр}) > 0. \quad (2)$$

*В случае  $\Delta_{кон}(\tau + \tau_{кр} - 1) \geq 0$  условие (1) является необходимым и достаточным, а при  $\Delta_{кон}(\tau + \tau_{кр} - 1) < 0$  этим свойством обладает условие (2).*

# Сильная финансовая устойчивость

## Theorem

Пусть  $t_0 > \tau$  — минимальный период такой, что приток средств от агентов неотрицателен  $F(t_0) \geq 0$ . ССТ сильно финансово устойчива тогда и только тогда, когда остаток кредитной массы в предыдущий период также неотрицателен  $\Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1) \geq 0$ .

$$F(t_0) = \tau(1+d)(1+s+u) + \left( \Lambda \left[ \frac{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}} c}{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}} - 1} (t_0 - \tau) - 1 \right] - 1 - d \right) M(\tau)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1) = & (1+d) \frac{1+s+u}{u} \left( \frac{(1+u)^\tau - 1}{u} \cdot (1+u)^{t_0-\tau} - \tau \right) - \\ & - \left( \frac{(1+p)((1+p)^\tau - 1)}{p} + s\tau \right) \cdot \left( 1+d + \Lambda \left[ \frac{(1+u)^{t_0-\tau} - 1}{u} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}} c}{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}} - 1} \left( \frac{(1+u)^{t_0-\tau} - 1}{u^2} - \frac{t_0 - 1 - \tau}{u} \right) \right] \right) \end{aligned}$$

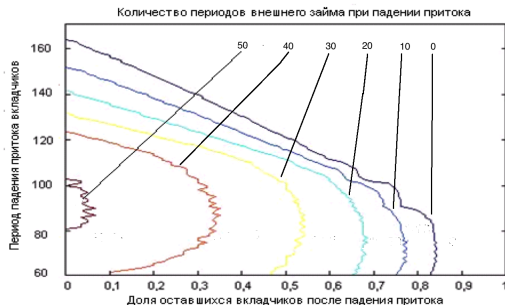


# Прибыль ССП

- Если для данной траектории остаток, начиная с некоторого момента времени постоянно растет (то есть, если постоянно образуются средства, не используемые для выдачи контрактных сумм и покрытия прочих затрат), то можно забирать некоторую часть остатка в прибыль ССП.
- Будем считать, что при такой возможности, в прибыль отчисляется максимально возможная сумма средств.
- При нашем определении прибыли мы должны знать, как будет вести себя траектория в будущие моменты времени. На практике мы не знаем будущие параметры и должны исходить из их прогноза, обеспечивая отсутствие разрывов с некоторой вероятностью.

# Изменение параметров прибыли при варьировании параметров ССП.

- Было исследовано, как меняются объемы прибыли при изменении следующих параметров: доли друзей вкладчиков, отношения объема кредита к объему накопления, отношения срока кредитования к сроку накопления и ставок процента на государственные субсидии, на инвестиции, на кредиты и на накопления.
- Также рассматривался случай падения притока вкладчиков.



# ССП - промежуточный институт

- ССП способствуют улучшению массовой культуры сберегательного поведения и играют роль промежуточного института, обеспечивающего переход к более передовым формам ипотечного кредитования.
- По мере роста благосостояния и снижения коммерческого процента за кредит они должны уступить место чисто рыночным ипотечным механизмам.
- Простейшая стратегия для осуществления перехода - постепенное снижение премии на стройсбережения.
- В результате ССП становятся все менее привлекательными для населения, и оно переключается на другие ипотечные институты. При этом, однако, возникает естественная трудность: не ясно, когда начинать снижение премии и каким темпом его осуществлять.

# Линейки тарифных планов.

- ССП задается множеством тарифных планов (ТП), определяемых наборами из следующих параметров: *срок накопления, ставка по депозиту, величина премии на сбережения в процентах, максимальная и минимальные величины ежемесячного взноса, на которые начисляется премия, срок кредита, отношение объема кредита к накопленной сумме, процент по кредиту.*
- Фиксированный набор тарифных планов мы называем *линейкой*.
- Задача: исследовать как при данном распределении потребителей организовать эффективную линейку тарифных планов, осуществляющую плавный переход.

## Бинарная система.

Тарифный план	Коммерческий (1 год)	Субсидируемый (5 лет)
Взнос, обеспечивающий покупку 50 кв. м., тыс. руб.	22 330	10 000
Доля вкладчиков на тарифном плане, %	18,8	81,2
Ставка субсидии на сбережения, %	0	30
Процентные ставки по вкладу/кредиту, %	5 / 13,5	2/6
Отношение размера кредита к накоплению вкладчика %	4,58	0,89
Доля накоплений и субсидий в цене квартиры, %	17,8	52,9
Совокупный выигрыш потребителя, млн. руб.	1,387	1,26

## Формирование линеек

- Цель: формирование линеек, содержащих ТП со сроками накопления от одного до пяти, может быть выгодно всем трем агентам ссудо-сберегательной программы: потребителю, банку и государству.
- Приводятся соответствующие примеры. При их построении намечена общая схема конструирования эффективных линеек.
- В наших примерах линейка организуется так, что более состоятельным участникам оказывается выгодным выбирать планы с меньшими сроками накопления, более низкими ставками премии на сбережения и более высокими ставками процента за кредит.
- Таким образом достигается плавный переход от дотируемой ипотеки к чисто рыночным механизмам по мере роста доходов.

## Выгоды агентов: банк и государство

- Прибыль банка и расходы государства рассчитываются на основе динамической модели.
- Под выгодой государства от использования данной линейки ТП подразумеваются суммарные затраты государства на субсидирование потребителей.

# Издержки потребителей

- Полные издержки потребителя при использовании любого ТП состоят из двух составляющих: издержек на приобретение квартиры и издержек ожидания, отражающих тяготы более позднего получения квартиры.
- Издержки приобретения исчисляются как дисконтированная сумма выплат на стадиях накопления и кредитования.
- В качестве приближенного значения издержек ожидания в течение месяца принята месячная арендная плата для квартиры заданного метража.



# Пример эффективной линейки

Длительность плана (в годах)	1	2 года	3 года	4 года	5 лет
Взнос, обеспечивающий покупку 50 кв. м., тыс. руб.	22 330	18020	14610	11860	10000
Доля вкладчиков на тарифном плане, %	18,8	13,4	18,8	24,7	24,3
Ставка субсидии на сбережения, %	0	7	15	24	30
Процентные ставки по вкладу/кредиту, %	5 / 13,5	5/12,5	4,5/11	3,5 / 8,5	2/6
Отношение размера кредита к накоплению вкладчика %	4,58	2,16	1,39	1,02	0,89
Доля накоплений и субсидий в цене квартиры, %	17,94	31,66	41,87	48,74	52,87
Совокупный выигрыш потребителя, млн. руб.	5,00	11,07	12,72	12,94	11,41

## Полезные свойства линеек

- Линейка называется *справедливой*, если на промежуточных тарифных планах параметры с ростом времени накопления изменяются монотонно: время кредитования и ставка субсидий не убывают, а ставки по взносам и кредитам не возрастают.
- Линейка называется *сплошной*, если она содержит промежуточные планы со всеми возможными временами накопления и кредитования.
- Линейка называется *эффективной* (Парето-оптимальной), если параметры ее тарифных планов нельзя изменить так, чтобы увеличить выигрыш кого-то из агентов, не ухудшив при этом выигрыш для кого-нибудь другого.
- Линейка называется *правильной* (*локально правильной*), если исключение любого (соотв. одноэлементного) подмножества из ее промежуточных тарифных планов не выгодно ни одному из агентов.

# Исследование эффективных линеек

- В заключительной части работы описаны связи между полезными свойствами линеек при несущественных ограничениях на параметры.

## Theorem

*Линейка является правильной тогда и только тогда, когда она является локально правильной.*

- Будем называть линейки *эквивалентными*, если выигрыши потребителя, государства и банка в данных линейках одинаковы.

## Theorem

*Для каждой линейки существует эквивалентная ей справедливая линейка.*

- Доказанные утверждения существенно упрощают нахождение эффективных линеек.

# Результаты

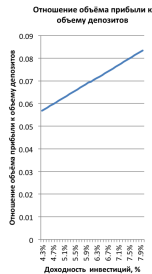
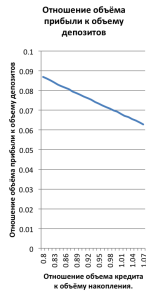
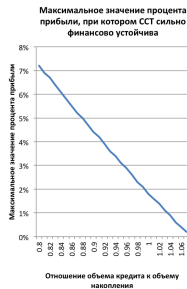
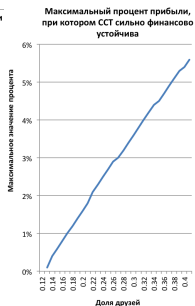
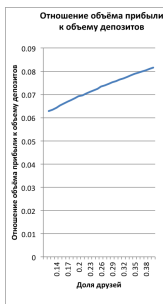
- Предложена динамическая модель ссудо-сберегательной программы ипотечного кредитования.
- Исследованы (сильно) финансово устойчивые ссудо-сберегательные траектории; получены необходимые и достаточные условия на параметры при которых данная траектория финансово устойчива.
- Проведены экспериментальные исследования ссудо-сберегательных траекторий при изменении экзогенных параметров. Результаты исследования показывают, что существуют ССП, которые обеспечивают устойчивую работу ссудо-сберегательных счетов в широком диапазоне изменения внешних условий и параметров.
- На основе данной модели было предложено рассматривать наборы (линейки) тарифных планов, описывающие переход от субсидируемых ипотечных планов к полностью коммерческим. Строится типичный пример линейки, удовлетворяющий набору полезных свойств (устойчивость, эффективность).
- Исследованы взаимосвязи между имеющимися полезными свойствами линейки в широком диапазоне параметров. Результаты позволяют существенно упростить нахождение эффективных линеек.

Спасибо за внимание!

# Краткая характеристика работы

- По теме диссертации опубликовано 7 работ, в том числе 3 - в изданиях, рекомендованных ВАК.
- Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 98 страницах, имеет 8 рисунков, 6 таблиц. Список литературы включает 30 наименований.

# Эксперименты



# Эксперименты-2

